АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОЙ РЕЦЕПТУРЫ ГЛИНЫ НА ПРОМЫШЛЕННОМ ПРЕДПРИЯТИИ НА ОСНОВЕ СИМПЛЕКС-МЕТОДА

Нечволода Л. В., Белик А. В.

Рассматривается вопрос выбора оптимальной рецептуры глины на промышленном предприятии. Анализируются основные методы линейного программирования для решения задачи формирования смесей. Предлагается математическая модель на основе симплекс-метода, позволяющая выполнить выбор оптимальной рецептуры глины, а также выполнить автоматизацию данного процесса при помощи современных информационных технологий.

Розглядається питання вибору оптимальної рецептури глини на промисловому підприємстві. Аналізуються основні методи лінійного програмування для вирішення задачі формування сумішей. Пропонується математична модель на основі симплекс-методу, що дозволяє здійснити вибір оптимальної рецептури глини, а також виконати автоматизацію даного процесу за допомогою сучасних інформаційних технологій.

The problem of choosing optimal clay compounding at an industrial enterprise is considered. The main methods of linear programming to solve the problems of forming mixtures are analyzed. A mathematical model based on the simplex method, which allows to select optimal clay compounding as well as to robotize this process with the help of modern information technologies is suggested.

Нечволода Л. В. — канд. техн. наук, доц. ДГМА, kiber@dgma.donetsk.ua

Белик А. В. — студент ДГМА

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

УДК 621.982: 669.295

Нечволода Л. В., Белик А. В.

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОЙ РЕЦЕПТУРЫ ГЛИНЫ НА ПРОМЫШЛЕННОМ ПРЕДПРИЯТИИ НА ОСНОВЕ СИМПЛЕКС-МЕТОДА

Автоматизация технологических процессов представляет собой одно из ключевых звеньев в общей системе развития любого современного промышленного предприятия. Замена в этой сфере интеллектуального труда человека машинным, научно-обоснованное распределение функций между человеком и компьютером в процессе управления технологией приводит к повышению эффективности и качества принимаемых технологических решений, сокращению сроков их реализации, снижению затрат, более полному использованию имеющихся резервов производственной системы предприятия, обеспечению максимального уровня оперативности. Внедрение автоматизации на предприятии помогает снизить риск производственных травм, обеспечивает высокую безопасность труда, а также, что немаловажно, берет на себя самые трудоемкие и физически тяжелые для человека объемы работы. Сегодня для автоматизации производственных процессов используются современные программно-аппаратные средства информационных технологий, начиная от моделирования технических разработок и автоматизированных компьютерных систем [1].

Именно поэтому автоматизация технологических процессов и производств является важнейшей частью развития современной промышленности, а также приоритетным направлением в технических науках, разработках и техническом прогрессе в целом.

UMG HOLDING – диверсифицированный холдинг, который эффективно работает в сырьевом и промышленном направлениях, в сфере продаж. Портфель холдинга представлен следующими продуктами – глины, известняки, доломиты, золошлаковые материалы (ЗШМ), промышленные газы, аграрная продукция, минеральные удобрения и прочее [2].

Холдинг основан в 2006 году украинской многоотраслевой группой «Систем Кэпитал Менеджмент» (СКМ), которой принадлежит 100% уставного капитала UMG. В ближайшие 5 лет UMG планирует вывести на новый уровень развития глинодобывающие и флюсо-доломитные предприятия, создать не менее пяти новых направлений сырьевого бизнеса. В связи с этим одной из актуальных задач, стоящих перед предприятием, является повышение качества продукции, в частности – глин, за счет оптимизации ее состава [2].

Научные разработки, посвященные расширению сырьевой базы глинодобывающей и керамической промышленности, а также повышению эффективности производства, в том числе за счет перехода на новые технологии, представлены в работах ученых: В.З. Абдрахимова, Г.Т. Адылова, А.А. Галенко, Н.А. Вильбицкой, В.А. Гурьевой, Е.И. Евтушенко, А.Д. Жуковой, А.П. Зубехина, Б.К. Карасала, Ю.Е. Пивинского, А.И. Позняка, А.М. Салахова, Н.Ф. Солодкого, А.Д. Шильциной, Н.Д. Яценко и др. В то же время вопросы, связанные с применением нетрадиционного сырья – долеритов, разработкой эффективных составов глин и керамических масс, в настоящее время разработаны недостаточно.

Целью статьи является разработка математической модели на основе симплекс-метода, которая позволит выполнить выбор оптимальной рецептуры глины, а также осуществить автоматизацию данного процесса при помощи современных информационных технологий.

Любая глина, пригодная для производства, должна отвечать некоторым базовым качествам, а именно:

- не содержать остатков растительности;
- не содержать включений известняка;

– быть достаточно чистой и однородной, или по крайней мере, пригодной для дальнейшей механической очистки.

Для получения рабочего формовочного состава добавляют определенное количество воды:

– жирные глины: 30–40% воды;
– глины средней пластичности: 20–30% воды;
– малопластичные глины: 15–20% воды;
– тощие глины.

По этому признаку глины подразделяются на:

– легкоплавкие глины, имеющие температуру плавления меньше 1350°C;
– тугоплавкие глины, имеющие температуру плавления от 1350 до 1600°C;
– огнеупорные глины, имеющие температуру плавления от 1600 до 1700°C;
– высокоогнеупорные глины, температура плавления которых больше 1700°C [2].

Не существует единого оптимального состава глины, так как для разных производственных работ требуются глины различных характеристик, в основах которых лежит их химический состав. Элементы состава имеют жесткое количественное соотношение, в связи с чем идеально подходит распределение вычислительными машинами при помощи современных численных математических методов [3].

В теории линейного программирования были разработаны методы решения данных задач, называемые оптимизационными методами задач распределения, основные из них: симплекс-метод, двойственный симплекс-метод, метод искусственного базиса, графический метод. К группе задач о смесях относят задачи по отысканию наиболее дешевого набора из определенных исходных материалов, обеспечивающих получение смеси с заданными свойствами. Иными словами, получаемые смеси должны иметь в своем составе m различных компонентов в определенных количествах, а сами компоненты являются составными частями n исходных материалов. Вариантом автоматизации описанной выше задачи выбора оптимальной рецептуры глины был выбран симплекс-метод, разработанный Дж. Данцигом. Симплекс-метод является наиболее распространенным на практике методом оптимизации. Его основные достоинства – простота, хорошая сходимость и высокая скорость достижения оптимальных условий. Он представляет собой итерационную процедуру решения задач линейного программирования, записанных в стандартной форме. При этом требуется, чтобы система ограничений – равенств была приведена к каноническому виду, что даёт возможность легко находить допустимое базисное решение [4]. Задача линейного программирования состоит в том, что необходимо максимизировать или минимизировать некоторый линейный функционал на многомерном пространстве при заданных линейных ограничениях. Алгоритм симплекс-метода для решения задачи подбора оптимального состава глины выполняется в три этапа (см. табл. 1).

1. Алгоритм приведения задачи к канонической форме представлен следующими шагами.

Шаг 1. Введением неотрицательных слабых переменных все ограничения неравенства представляют в виде равенств (1):

$$\left(\sum_k a_{ik} x_k \ge b_i \rightarrow \sum_k a_{ik} x_k - x_{n+1} = b_i\right) \tag{1}$$

Шаг 2. Максимизируется целевая функцию (2)

$$\left(C^T x \rightarrow \min \longrightarrow -C^T x \rightarrow \max\right) \tag{2}$$

Шаг 3. Задача в канонической форме имеет вид (3):

$$\left.\begin{array}{l} C^T x \to \max, \\ Ax = b, \\ x \geq 0. \end{array}\right| \qquad (3)$$

Таблица 1

Алгоритм симплекс-метода

1 этап	Приведение задачи линейного программирования к канонической форме
2 этап	Определение допустимого базисного решения
3 этап	Поиск оптимального решения, реализуемый переходом от одного базисного плана к другому, приводящему либо к оптимальному решению, либо к выводу о том, что задача решения не имеет

Левая часть каждого ограничения данной задачи меньше либо равна правой. Для того, чтобы левая часть ограничения была равна правой, необходимо к левой части каждого ограничения прибавить соответственно неотрицательные переменные x_{n+1}, x_{n+2},…., x_{n+m} . Эти переменные вводятся в целевую функцию с нулевыми коэффициентами, чтобы не изменить её значение.

2. Поиск опорного базисного решения представлен следующими шагами.

Шаг 1. Определяется допустимое базисное решение.

Шаг 2. Принимаются в качестве базисных, введённые слабые переменные.

Шаг 3. Составляется исходная симплекс-таблица (табл. 2) по следующей схеме (табл. 3).

Таблица 2

Симплекс-таблица

C_i	B	b_i	C_1	C_j	…	C_n	C_{n+1}	…	C_{n+m}
			x_1	x_j	…	x_n	x_{n+1}	…	x_{n+m}
C_1	x_1	b_1	$a_{11}x_1$	$a_{12}x_2$	…	$a_{1n}x_n$	x_{n+1}	…	0
C_i	x_i	b_i	$a_{21}x_1$	$a_{i2}x_2$	…	$a_{in}x_n$	0	…	0
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
C_m	x_m	b_m	$a_{m1}x_1$	$a_{m2}x_2$	…	$a_{mn}x_n$	0	…	x_{n+m}
Δ	$f(x)$	$f_0(x)$	Δ_1	Δ_j	…	Δ_n	Δ_{n+1}	…	Δ_{n+m}
Δ	$\varphi(x)$	$\varphi_0(x)$	Δ_1	Δ_j	…	Δ_n	Δ_{n+1}	…	Δ_{n+m}

Таблица 3

Схема заполнения симплекс-таблица

Столбец C_i	записываются коэффициенты при базисных переменных ($i = \overline{1, m}$)
Столбец B	базисные переменные. Количество базисных переменных равно количеству ограничений задачи (n)
Столбец b_i	свободные члены ограничений (значения базисных переменных)
Строка x_j	строка переменных, входящих в целевую функцию и в систему ограничений
Столбцы x	В симплекс-таблице количество столбцов x равно количеству базисных и свободных переменных задачи (m+n). Количество свободных переменных равно количеству неизвестных переменных задачи (n), количество базисных – количеству ограничений (m)
Строка Δ	Для столбца b_i: содержит значение целевой функции, которое рассчитывается по формуле $f = \sum C_i \cdot b_i$, а столбцы x_j этой же строки (значения относительных оценок Δ_j), рассчитывается по формуле $\Delta = \sum C_i \cdot a_{ij} - C_j$

При определении значения функции $f(x)$ фактически нужно найти сумму произведений элементов столбца C_i на соответствующие элементы столбца b_i, что равносильно подстановке базисного плана в целевую функцию.

3. Строка оценок позволяет судить об оптимальности плана.

Условие оптимальности плана включает в себя:

– при отыскании max функции в строке оценок должны быть нулевые и положительные оценки;

– при отыскании min функции в строке оценок должны быть нулевые и отрицательные оценки.

4. Далее проверяется допустимость базисного решения: все базисные переменные (в столбце b_i) неотрицательны. Если все базисные переменные неотрицательны, то выполняется переход к пункту 8.

Если среди них есть отрицательные, то вводится фиктивная целевая функция $\varphi(x)$ и добавляется для нее дополнительная строка в симплекс-таблице.

5. Выполняется построение фиктивной целевой функции $\varphi(x)$ – элементы строки для $\varphi(x)$ являются суммой соответствующих элементов строк для выбранных базисных переменных, оказавшихся отрицательными.

6. Максимизируется фиктивная целевая функция $\varphi(x)$ (алгоритм для максимизации начальной целевой функции f(x) такой же, как и рассматриваемый для $\varphi(x)$).

7. Поиск разрешающего столбца.

Для перехода к новому базисному плану в первую очередь из числа свободных переменных с отрицательными оценками Δ_j выбирается переменная, которая вводится в базис.

Вводится переменная, которой соответствует наибольшая по абсолютной величине отрицательная оценка Δ_j (4):

$$\left|\Delta_j\right| = \max\left|\Delta_i\right| \tag{4}$$

Столбец, отвечающий переменной x_k , называется разрешающим столбцом. Элементы разрешающего столбца обозначаются через a_{ik}. Выбранная переменная будет вводится в базис. Если окажется несколько одинаковых наибольших по абсолютной величине Δ_j , то выбирается любая из соответствующих им переменных [4].

Алгоритм поиска разрешающего столбца представлен следующими шагами.

Шаг 1. Поиск разрешающей строки.

Выбирается переменная, которая выводится из базиса (обозначается индексом r). Находится из соотношения (5), по всем i для которых $a_{ik} > 0$:

$$\frac{b_r}{a_{rk}} = min \frac{b_i}{a_{ik}} \tag{5}$$

Шаг 2. Строку таблицы, в которой получено наименьшее отношение $\frac{b_r}{a_{rk}}$ элемента столбца b_i к элементу разрешающего столбца, называют разрешающей строкой. Элементы разрешающей строки обозначаются через a_{rj}. Выбранная переменная x_r будет выводится из базиса.

Шаг 3. Элемент, стоящий на пересечении разрешающей строки и разрешающего столбца, называется главным.

Шаг 4. Пересчет оставшихся элементов таблицы по правилу прямоугольника. Результат заносится в новую симплекс-таблицу. Выбранные переменные в новой таблице меняются местами вместе со своими коэффициентами в целевой функции [5]. Элементы новой симплекс-таблицы рассчитываются по формулам, приведенным в табл. 4.

Шаг 5. После пересчета всех элементов таблицы в строке для дополнительной фиктивной функции $\varphi(x)$ если находятся отрицательные элементы, то пересчет задачи производится (следующая итерация) по описанному алгоритму далее для этой же функции. Если отрицательных элементов нет, то фиктивная целевая функция $\varphi(x)$ достигла своего максимума. Если $\max\varphi(x) = 0$ и все коэффициенты в строке для $\varphi(x)$ равны 0, то полученное при этом базисное решение является опорным. Исключают строку для $\varphi(x)$ и переходят к п. 3. Если $\max\varphi(x) \neq 0$ то система ограничений противоречива и задача не имеет решений. Переходят к п. 4. Если $\max\varphi(x) = 0$, а среди элементов строки для $\varphi(x)$ есть ненулевые, то соответствующие этим элементам переменные всегда равны 0. Исключают строку для $\varphi(x)$ и переходят к п.3.

Шаг 6. После исключения строки для функции $\varphi(x)$ при расчете разрешающего столбца используется строка для основной функции $f(x)$. Получается допустимое базисное решение. Далее расчет производится по алгоритму, описанному выше. Начинается поиск оптимального решения.

Таблица 4

Расчёт элементов новой симплекс-таблицы

Элементы главной строки	$b_k = \frac{b_r}{a_{rk}}; a_{kj} = \frac{a_{rj}}{a_{rk}}$
Элементы главного столбца	$a_{ir} = -\frac{a_{ik}}{a_{rk}}; \Delta_r = \frac{\Delta_k}{a_{rk}}$
Главный элемент	$a_{kr} = \frac{1}{a_{rk}}$
Все остальные элементы таблицы	$b_i' = b_i - \frac{b_r a_{ik}}{a_{rk}};\ a_{ij}' = a_{ij} - \frac{a_{rj} a_{ik}}{a_{rk}};$ $\Delta'_j = \Delta_j - \frac{\Delta_k a_{rj}}{a_{rk}};\ f' = f - \frac{b_r \Delta_k}{a_{rk}}.$

8. Поиск оптимального решения. После получения допустимого базисного решения исходной задачи по алгоритму, описанному выше, максимизируется целевая функция $f(x)$ исходной задачи. В строке для $f(x)$ необходимо найти отрицательные элементы. Если отрицательных элементов нет, то получено оптимальное решение задачи. Если среди элементов строки $f(x)$ есть отрицательные, то выбирают столбец, содержащий наименьший отрицательный элемент в строке $f(x)$, – он будет разрешающим. Рассматриваются положительные значения отношений элементов столбца свободных членов к соответствующим элементам выбранного столбца и среди этих отношений берется наименьшее – разрешающая строка. Элемент на пересечении разрешающих строки и столбца – главный. Поиск оптимального решения ведется до тех пор пока в троке $f(x)$ не будут положительными все оценки Δ_j.
В статье представлен подход автоматизации выбора оптимальной рецептуры глины, предполагающий решение задачи линейного программирования. Данный математический аппарат использует симплекс-метод, который дает возможность работать как с решением задачи минимизации целевой функции (в рассматриваем случае – минимизацией затрат), так и с решением задачи максимизации целевой функции (в рассматриваем случае – максимизацией процентного содержания примесей и воды в составе глин).

ВЫВОДЫ

В работе анализируются основные методы линейного программирования для решения задачи формирования смесей. Предложена математическая модель на основе симплекс-метода, позволяющая выполнить выбор оптимальной рецептуры глины, а также выполнить автоматизацию данного процесса при помощи современных информационных технологий.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бородин Ю.Ф. Автоматизация технологических процессов / Ю.Ф. Бородин, В.А. Судник. – М.: КолосС, 2004. – 344 с.: ил. – (Учебники и учеб. пособия для студентов высш. учеб. заведений). – ISBN 5-9532-0030-7.

2. Вакалова Т.В. Рациональное использование природного и техногенного сырья в керамических технологиях / Т.В. Вакалова, В.М. Погребенков // Строительные материалы. – 2007. – №4.

3. Вильбицкая Н.А. Моделирование и анализ свойств керамики на основе техногенных материалов с использованием программных статистических пакетов / Н.А. Вильбицкая, С.П. Голованова, Е.В. Корохова // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. – 2007. – №2.

4. Томас Х. Кормен и др. Глава 29. Линейное программирование // Алгоритмы: построение и анализ = INTRODUCTION TO ALGORITHMS. – 2-е изд. – М.: «Вильямс», 2006. – С. 1296. – ISBN 5-8459-0857-4.

5. Банди Б. Основы линейного программирования: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1989. – 176 с.: ил. – ISBN 5-256-00186-8.

Статья поступила в редакцию 21.03.2016 г.